

نشریه تابش و فناوری هسته‌ای، سال اول، شماره ۳، زمستان ۱۳۹۳

## آهنگ واپاشی بتا در $^{12}\text{Be}$

محمد رضا پهلوانی<sup>۱\*</sup>، سید مهدی میرفتحی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشیار، گروه فیزیک هسته‌ای، دانشگاه مازندران، بابلسر، مازندران، ایران

<sup>۲</sup> دانشجوی دکتری، گروه فیزیک هسته‌ای، دانشگاه مازندران، بابلسر، مازندران، ایران

(تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۷/۳ - تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۱۰/۲۹)

### چکیده

واپاشی بتا یکی از مدهای واپاشی معمول در هسته‌ها می‌باشد و بسیاری از هسته‌ها بطور طبیعی و در حالت ناپایدار این نوع تابش را ساطع می‌کنند. در این مقاله ضمن مطالعه ساختار هسته‌های  $^{12}\text{Be}$ ،  $^{12}\text{B}$  و  $^{12}\text{C}$  با استفاده از مدل میدان متوسط و بکارگیری پتانسیل وودز-ساکسون که یکی از معتبرترین پتانسیلهای هسته‌ای می‌باشد، دامنه توابع موج حالت‌های جفت شده این هسته‌ها مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته است. با استفاده از توابع موج، حالت‌های جفت شده با در نظر گرفتن جفت شده گسسته اسپین و ایزواسپین حالتها در مدل میدان متوسط بدست آمده، آهنگ واپاشی بتا برای هسته  $^{12}\text{Be}$  در مدهای واپاشی فرمی و گاموف-تلمحاسبه شده و با داده‌های تجربی موجود در منابع مقایسه شده است. نتایج حاصل از این مقایسه نشان دهنده توافق مطلوبی بین داده‌های تجربی و تئوری می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** واپاشی بتا، جفت شدگی ساختاری، چهار قطبی الکتریکی، گذار گاموف تلم

\* مازندران، بابلسر، دانشگاه مازندران، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک هسته‌ای، کد پستی: ۴۱۶-۴۷۴۱۵

پست الکترونیکی: [m.pahlavani@umz.ac.ir](mailto:m.pahlavani@umz.ac.ir)

## ۱. مقدمه

برای نیل به این هدف ابتدا دامنه توابع موج حالت‌های اولیه و نهایی (A, B) هسته  $^{12}\text{Be}$  محاسبه می‌شود، دامنه گذار نیز بر اساس همین ضرایب قابل تعریف است:

$$\langle \psi_f || T_\lambda || \psi_i \rangle = \sum_{k,l} A_k B_l \langle l || T_\lambda || k \rangle \quad (1)$$

در رابطه فوق عملگر تانسوری  $T_\lambda$  معرف عملگری الکترومغناطیسی است.

دامنه توابع موج با استفاده از ویژه مقادیر ماتریس هامیلتونی معادله شرودینگر بس ذره ای

$$H|\psi_n\rangle = E_n|\psi_n\rangle \quad (2)$$

به دست می‌آید، که این ماتریس به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{pmatrix} T_{11} + V_{11} & \cdots & V_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ V_{N1} & \cdots & T_{NN} + V_{NN} \end{pmatrix} \quad (3)$$

در این ماتریس  $T_\varepsilon$  معرف بخش تک جسمی هامیلتونی است:

$$\langle ab; JT | T_\varepsilon | cd; JT \rangle = \delta_{ac} \delta_{bd} \frac{1 - \delta_{ab} (-1)^{J+T}}{1 + \delta_{ab}} (\varepsilon_a + \varepsilon_b) \quad (4)$$

که  $J$  اندازه حرکت زاویه ای کل،  $T$  ایزواسپین و  $\varepsilon$  معرف انرژی ترازها می‌باشند.

شایان ذکر است رابطه فوق به ازای  $a \leq b$  برقرار است.

ترم دو جسمی نیز پتانسیل اندرکنش دلتا سطحی می‌باشد [۳]:

$$\begin{aligned} & \langle ab; JT | V_{SDI} | cd; JT \rangle \\ & = k_{abcd} N_{ab}(JT) N_{cd}(JT) [ + (-1)^{l_a+l_b+l_c+l_d} \\ & \quad \times \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d \left\{ [1 + (-1)^T] \begin{pmatrix} j_a & j_b & J \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_c & j_d & J \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix} - \right. \\ & \quad \left. (-1)^{l_a+l_c+j_b+j_d} [ - (-1)^{l_c+l_d+J+T} ] \right\} \times \\ & \quad \begin{pmatrix} j_a & j_b & J \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_c & j_d & J \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

با محاسبه هامیلتونی بر اساس روابط فوق ویژه مقادیر و ویژه توابع حالت‌های مختلف هسته های  $^{12}\text{Be}$ ،  $^{12}\text{B}$  و  $^{12}\text{C}$  دست می‌یابیم. نتایج برای حالت‌های  $0^+$ ،  $1^+$  و  $2^+$  در جداول ۱ تا ۳ درج شده است.

اعداد جادویی در هسته های غنی از نوترون به مراتب نسبت به هسته های پایدار متفاوت هستند [۱]. به دلیل فضای ساختاری کم در ناحیه  $N=8$  بررسی این اختلاف ساده تر از هسته های سنگین تر می‌باشد. در این میان ساختار  $^{12}\text{Be}$  با همسایگانش تفاوت چشمگیری دارد. بطور مثال  $^{14}\text{C}$  نزدیکترین همسایه آن با هشت نوترون هسته ای با ساختار بسیار جادویی و پایدار است. این در حالی است که  $^{12}\text{Be}$  با دو بار واپاشی بتا منفی به هسته پایدار  $^{12}\text{C}$  تبدیل می‌شود. در این مقاله ابتدا حالت‌های جفت شده ساختاری  $^{12}\text{Be}$ ،  $^{12}\text{B}$  و  $^{12}\text{C}$  برای ترازهای  $0^+$ ،  $1^+$  و  $2^+$  محاسبه و سپس بر اساس حالت‌های بدست آمده آهنگ گذار بتا منفی برای  $^{12}\text{Be}$  بدست آمده و با داده های تجربی موجود مقایسه شده است.

## ۲. روش تحقیق

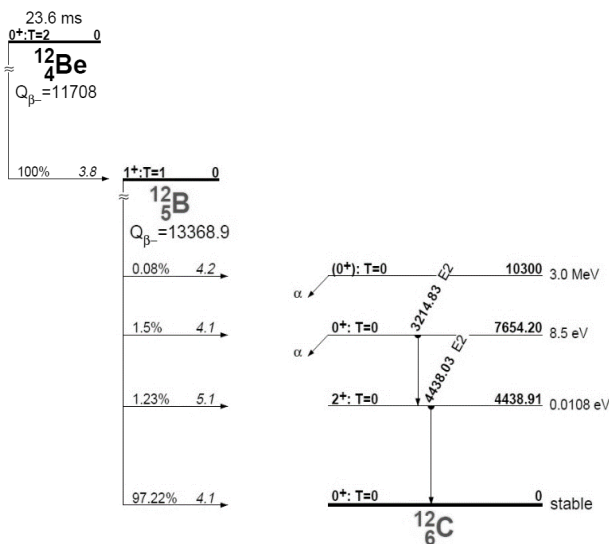
در توصیف نوکلئونها در غالب جفت شدگی ساختاری، اندرکنش باقی مانده هامیلتونی که در توصیف میدان متوسط از آن صرف نظر شده است، وارد محاسبات می‌شود. در این میان اندرکنش میان نوکلئونهای ظرفیت سبب جایجا شدن آنها از یک اوربیتال به اوربیتالی دیگر می‌گردد، که سبب می‌گردد تابع موج توصیف کننده آن حالت چندین ساختار داشته باشد.

هنگامی که اندرکنش های جفت شدگی در نظر گرفته می‌شود، تعداد حالتها افزایش یافته و بزرگی عناصر ماتریسی تک ذره ای برای گذار ( $|M_{GT}|^2$ ) و در پی آن احتمال این واپاشی کاهش می‌یابد. چرا که قدرت گذار بتا بین این حالت‌های نوظهور توزیع می‌شود. محاسبه احتمال گذار کاهش یافته چهار قطبی الکتریکی  $B(E2)$  خصوصاً برای هسته های زوج-زوج، نقشی اساسی در بررسی حالت‌های تحریکی و ساختار تغییر شکل یافته آن ایفا می‌کند [۲].

### ۳. نتایج

با در گرفتن  $A_T$  به عنوان ثابت دامنه جمله پتانسیل در هامیلتونی به عنوان پارامتر برازش با داده های تجربی دامنه توابع موج حالت های دو نوکلئونی در اربیتال های مختلف برای  $^{12}\text{Be}$ ،  $^{12}\text{B}$  و  $^{12}\text{C}$  محاسبه و در جدول های ۱ تا ۳ ثبت و با داده های تجربی موجود (شکل ۱) مقایسه شده است.

دامنه ویژه توابع متعامد عملگر هرمیتی حاکم بر این نوکلئونهای ظرفیت در جدول (۱) به ازای ایزواسپین  $T=2$  ثبت شده است.



شکل ۱. ترازهای انرژی تجربی [۴]

هسته  $^{12}\text{B}$  به عنوان هسته ای دو حفره ای (حفره نوترونی-حفره پروتونی) توصیف شده است. دامنه ویژه توابع متعامد عملگر هرمیتی حاکم بر این نوکلئونهای ظرفیت این هسته نیز در جدول ۲ به ازای ایزواسپین ۱ ثبت شده است. دامنه ویژه توابع هسته دو حفره نوتونی  $^{12}\text{C}$  به ازای ایزواسپین صفر برای دو حالت  $0^+$  و  $2^+$  محاسبه و در جدول ۳ نشان داده شده است. نیمه عمر گذرا بتا  $^{12}\text{Be}$  به  $^{12}\text{B}$  بدون در نظر گرفتن جفت شدگی ساختاری

در واپاشی  $^{12}\text{Be}$  به  $^{12}\text{B}$  با احتمال ۱۰۰٪ فقط شاهد واپاشی  $\beta^-$  هستیم یعنی همه واپاشی ها از حالت اولیه بریلیم به بور با گسیل پروتون و الکترون همراه خواهد بود [۴]. با در نظر گرفتن ساختار دو ذره ای برای حالت اولیه و ساختار دو حفره ای برای حالت نهایی، احتمال گذار کاهش یافته در این واپاشی محاسبه و با داده های تجربی مقایسه شده است.

حاصل ضرب  $ft$  معیاری از درجه غیر مجاز بودن واپاشی بتا است که در آن  $t$  معرف نیمه عمر هسته و  $f$  تابعی وابسته به انرژی و ساختار گذار می باشد. که در واپاشی بتا  $ft$  از رابطه (۶) قابل محاسبه است:

$$ft = \frac{\kappa}{g_V^2 |M_F|^2 + g_A^2 |M_{GT}|^2} \quad (6)$$

در معادله (۶)،  $\kappa = 6149$  [۵]،  $g_V$  و  $g_A$  نیز ثابت جفت شدگی برداری و شبه برداری هستند.  $M_F$  عناصر ماتریس تک ذره ای برای گذار نوع فرمی [۶] و  $M_{GT}$  عناصر ماتریسی تک ذره ای برای گذار از نوع گاموف تلر [۷] هستند:

$$M_F(ab) = (n_a l_a j_a || 1 || n_b l_b j_b) \quad (7)$$

$$M_{GT}(ab) = \frac{1}{\sqrt{3}} (n_a l_a j_a || \sigma || n_b l_b j_b) \quad (8)$$

در معادلات فوق عملگر اسپین پاولی است.  $a$  و  $b$  نیز معرف حالت پروتون و نوترون می باشند. برای گذارهای بتا مقادیر  $ft$  از  $10^3$  تا  $10^{20}$  ثانیه متغیر هستند. برای محاسبه نیمه عمر از رابطه

$$t_{1/2} = 10^{\log ft - \log f_0^-} \quad (9)$$

ابتدا فاکتور فضای فاز را بدست می آوریم [۸]:

$$f_0^- \cong \frac{1}{30} (E_0^5 - 10 E_0^2 + 15 E_0 - 6) F_0^{(PR)} \quad (10)$$

در معادله (۱۰)  $F_0^{(PR)}$  تابع فرمی بر اساس تقریب Primkoff Rosen می باشد.

مقادیر حاصل برای واپاشی  $^{12}\text{Be}$  به  $^{12}\text{B}$  و  $^{12}\text{B}$  به  $^{12}\text{C}$  در جدول ۴ ثبت شده است.

و برای  $^{12}\text{B}$  به  $^{12}\text{C}$  با در نظر گرفتن جفت شدگی ساختاری محاسبه و در جدول ۴ مشاهده می شود.

جدول ۱. خصوصیات ترازهای  $0^+$  و  $2^+$  در  $^{12}\text{Be}$ 

حالت	$A_T$	دامنه توابع موج		ایزواسپین
$0^+$	۰/۲۵	$(\pi 0 p_{3/2}^{-1})^2$	$(\pi 0 p_{1/2}^{-1})^2$	۲
		۰/۹۹۹۶	۰/۲۸۸/۰	
		۰/۵	۰/۹۹۸۴	
$2^+$	۱	$(\pi 0 p_{3/2}^{-1})^2$	$(\pi 0 d_{5/2}^{-1})^2$	۲
		۰/۹۹۴۳	۰/۱۰۶۹	
		۰/۰۰۳۶	۰/۹۹۹۹	

جدول ۲. خصوصیات ترازهای  $1^+$  در  $^{12}\text{B}$ 

حالت	$A_T$	دامنه توابع موج		ایزواسپین
$1_1^+$	۰/۲۵	$(\pi 0 p_{3/2}^{-1})^2$	$(\pi 0 p_{1/2}^{-1})^2$	۱
		۰/۹۹۹۶	۰/۲۸۸/۰	
$1_2^+$	۰/۵	۰/۹۹۸۴	۰/۰۵۶۳	۱

جدول ۳. خصوصیات ترازهای  $0^+$  و  $1^+$  در  $^{12}\text{C}$ 

حالت	دامنه توابع موج		ایزواسپین
$0^+$	$(\nu 0 p_{1/2}^{-1})^2$	$(\nu 0 p_{3/2}^{-1})^2$	۰
	۰/۹۹۲	۰/۱۲۶	
$2^+$	$(\nu 0 p_{3/2}^{-1})^2$	$(\nu 0 p_{3/2}^{-1} \nu 0 p_{3/2}^{-1})^2$	۰
	۰/۱۲۴/۰	۹۹۹۹۲/۰	

جدول ۴. خصوصیات واپاشی بتا  $^{12}\text{Be}$ 

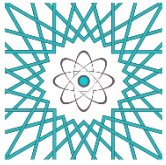
ایزوبارها	$A_T$		$\log ft$		$t_{1/2}(ms)$	
	بدون mixing	با mixing	تئوری	تجربی [۴]	تئوری	تجربی [۴]
$^{12}_4\text{Be} \rightarrow ^{12}_5\text{B}$	۰/۹۹۹۶	--	۲/۸۷	۳/۸	۲۰/۱۹	۶۰/۲۳
$^{12}_5\text{B} \rightarrow ^{12}_6\text{C}$	--	۰/۹۹۸۴	۴/۱۵	۴/۱	۲۵/۷	۲۰/۲۰

## ۴. نتیجه‌گیری

بر اساس نتایج حاصل برای واپاشی بتا که در جدول ۱ درج شده است، برای هسته  $^{12}\text{Be}$  صرفاً گذار بدون جفت شدگی حالتها لحاظ شده است، چرا که چنین گذاری بین حالت‌های  $^{12}\text{Be}(0^+)$  به  $^{12}\text{B}(1^+)$  با احتمال صد در صد بدون در نظر گرفتن سایر حالتها رخ می‌دهد. اما در گذار  $^{12}\text{B}(1^+)$  به  $^{12}\text{C}(0^+)$  با وجود حالت‌های میانی و در نظر گرفتن پتانسیل اندرکنش دلتای سطحی، جفت شدگی ترازها وجود دارد. بر اساس نتایج بدست آمده توافق میان داده‌های تجربی موجود و محاسبات تئوری با در نظر گرفتن جفت شدگی ترازها مطلوب به نظر می‌رسد.

## مراجع

- [1] J. Dobaczewski, I. Hamamoto, W. Nazarewicz, J. A. Sheikh, Nuclear shell structure at particle drip lines, *Phys Rev Lett*, 72, 981-984, 1994.
- [2] H. T. Fortune, R. Sherr, Excited  $0^+$ , T=2 states in  $^{12}\text{Be}$ ,  $^{12}\text{C}$ , and  $^{12}\text{O}$ , *Phys Rev C*, 74, 024301, 2006.
- [3] P. J. Brussaard, and P.W.M. Glaudemans, Shell-Model, *Applications in Nuclear Spectroscopy*, North-Holland Amsterdam, 1977.
- [4] R. B. Firestone et al., Table of Isotopes, *Wiley-Interscience*, New York, 1996.
- [5] J. C. Hardy, I.S. Towner, V.T. Koslowsky, E. Hagberg, and H. Schmeing, Superallowed  $0^+ \rightarrow 0^+$  nuclear  $\beta$ -decays: A critical survey with tests of CVC and the standard model, *Nucl Phys A*, 509, 429-460, 1990.
- [6] E. Fermi, An attempt of a theory of beta radiation, *Z. Phys.* 88, 161, 1934.
- [7] G. Gamow and E. Teller, Selection Rules for the  $\beta$ -Disintegration, *Phys Rev*, 49, 895-899, 1936.
- [8] H. Primakoff, and S.P. Rosen, Double beta decay, *Rep Prog Phys*, 22, 121-166, 1959.



*Journal of Radiation and Nuclear Technology / Vol. 1 / No. 3 / winter 2015*

## **Beta decay rate in $^{12}\text{Be}$**

**M. R. Pahlavani<sup>1\*</sup>, S. M. Mirfathi<sup>2</sup>**

1. Associate Professor, Department of Physics, University of Mazandaran, Babolsar, Mazandaran, Iran
2. Ph.D Student, Department of Physics, University of Mazandaran, Babolsar, Mazandaran, Iran

(Received: 25/9/2014 - Accepted: 19/1/2015)

\* Corresponding author's E-mail: [m.pahlavani@umz.ac.ir](mailto:m.pahlavani@umz.ac.ir)

### **ABSTRACT**

Beta decay is one of the usual decay modes in nuclides and wide varieties of nucleus emit this kind of radiation naturally or in the mode of unstability. In this paper along with study the structure of  $^{12}\text{Be}$ ,  $^{12}\text{B}$  and  $^{12}\text{C}$  based on the Mean Field theory and by using Woods-Saxon Potential as most authentic potential, amplitude of wave functions are investigated. Based on these wave functions, mixed states by considering of spin and isospins of states in Mean-Field theory are obtained and then beta decay rate of  $^{12}\text{Be}$  by using Fermi and Gamow-Teller transitions are calculated and compared with available experimental data in literatures. This comparison shows desirable agreement between experimental data and theoretical results.

**Keywords:** *Beta decay, Configuration Mixing, Electric Quadruple, Gamow-Teller transitions*